



دانشگاه علامه طباطبائی
دانشکده‌ی اقتصاد

ریاضی عمومی (۱)

با استفاده از نرم‌افزار Mathematica

تألیف:

دکتر عبدالساده نیسی

عضو هیأت علمی دانشگاه علامه طباطبائی

ویراستار: لیدا فرخو

تقدیم به همسر عزیز و مهربانم

بسم الله الرحمن الرحيم

پیشگفتار مؤلف

خداوند بزرگ را سپاسگزارم که عنایت او شامل حالم شد تا تألیف این کتاب را به پایان برسانم. این اثر پس از مطالعه‌ی چندین کتاب ریاضی عمومی و بیش از یک دهه تدریس حساب دیفرانسیل و انتگرال در دانشگاه‌های دولتی، آزاد و مؤسسات غیرانتفاعی تألیف شده است.

حساب دیفرانسیل و انتگرال فن محاسبه است و کسب مهارت در آن جز با حل تمرین میسر نیست. کتابی که به تئوری خوب پرداخته و حل تمرین مد نظرش باشد می‌تواند در تفهیم جوهر این علم بسیار مؤثر باشد. کتاب حاضر از این ویژگی مهم بهره‌مند است. ویژگی منحصر به فرد و مهم دیگری که این کتاب دارد معرفی نرم‌افزار Mathematica و حل برخی از تمرینات کتاب به کمک این نرم‌افزار است.

به سبب پیشرفت سریع علوم و کامپیوتر، نیاز به استفاده از نرم‌افزارهای قوی جهت آموزش و حل مسایل کاربردی هر روز بیشتر احساس می‌شود و این امر سبب شده است تا اکثر اساتید به نام دنیا حساب دیفرانسیل و انتگرال را در کنار یک نرم‌افزار قوی ریاضی تدریس کنند. نرم‌افزار Mathematica از جمله نرم‌افزارهای ریاضی است، که هر روز کاربرد بیشتری در سایر علوم می‌یابد. دامنه‌ی کاربرد این نرم‌افزار در کارگاه‌های آموزش ریاضی و مراکز آموزشی و پژوهشی آمریکا و اروپا هر روز وسیعتر می‌شود. به این دلیل است که ما این نرم‌افزار را انتخاب کردیم.

کتاب حاضر دارای ویژگی‌های مهم زیر است:

۱. کتاب قبل از تألیف به صورت جزوه‌ی درسی در دانشگاه‌ها تدریس شده و تمام اشکالات آن برطرف شده است.
۲. در کتاب مفاهیم ریاضی به زبان ساده‌ای بیان شده است.
۳. کتاب دارای مثال‌های حل شده‌ی متنوع و تمرینات زیاد است.
۴. نرم‌افزار Mathematica در کتاب معرفی شده است.

۵. راهنمای حل تمرینات کتاب به کمک نرم افزار Mathematica ارائه شده است.

برای آماده سازی این اثر تلاش های زیادی شده است که در اینجا لازم می دانم از زحمات سرکار خانم لیدا فرخو برای مطالعه و ویراستاری، آقایان دکتر محمد جلوداری ممقانی، دکتر غلامرضا کر معلی، مهندس علیرضا نیسی، برای مطالعه و رفع اشکالات کتاب، سرکار خانم فاطمه خلیلی برای تایپ، تشکر و قدردانی کنم. از همه عزیزانی که در انتشارات دانشگاه علامه طباطبائی برای چاپ این کتاب زحمت کشیده اند تشکر و قدردانی می نمایم. لازم می دانم از همه ی عزیزانی که این کتاب را مطالعه می کنند صمیمانه تقاضا کنم، نظرات، پیشنهادات و هرگونه اشکال و اغلاط کتاب را در اختیار مؤلف قرار دهند تا در چاپ های بعدی اصلاح آن مد نظر قرار گیرد.

دکتر عبدالساده نیسی*

مؤلف

* Site: a-neisy.ir

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
	فصل اول
۱	تابع.....
۱	۱. دستگاه اعداد حقیقی.....
۴	۲. مفهوم تابع.....
۸	۳. انواع توابع.....
۸	۱.۳. توابع زوج و فرد و تابع متناوب.....
۹	۲.۳. توابع یک‌به‌یک، پوششی و دوسویی.....
۱۰	۳.۳. رابطه‌ی معکوس و تابع معکوس.....
۱۳	۴. معرفی چند تابع.....
۱۳	۱.۴. تابع چند ضابطه‌ای.....
۱۴	۲.۴. تابع قدرمطلق.....
۱۶	۳.۴. تابع جزء صحیح.....
۱۷	۴.۴. تابع علامت.....
۱۷	۵.۴. تابع نمایی و تابع لگاریتم.....
۱۹	۶.۴. تابع لگاریتم طبیعی.....
۲۱	۵. توابع مثلثاتی و توابع مثلثاتی معکوس.....
۲۱	۱.۵. نسبت‌های مثلثاتی.....
۲۴	۲.۵. توابع مثلثاتی.....
۲۸	۳.۵. توابع مثلثاتی معکوس.....
۳۶	۶. توابع هیپربولیک و توابع هیپربولیک معکوس.....
۳۶	۱.۶. توابع هیپربولیک (هذلولوی).....
۴۲	۲.۶. توابع هیپربولیک معکوس.....
۴۹	۷. تمرینات فصل اول.....

فصل دوم

حد و پیوستگی.....	۵۷
۱. مفهوم حد.....	۵۷
۲. روشهای محاسبه حد.....	۶۴
۱.۲. قضایای اساسی حد.....	۶۴
۲.۲. صورت‌های مبهم و عمل رفع ابهام.....	۶۵
۳.۲. رفع ابهام با استفاده از قضیه‌ی افشردگی.....	۶۶
۴.۲. رفع ابهام با استفاده از اتحادهای جبری و مثلثاتی.....	۶۶
۵.۲. رفع ابهام با استفاده از هم ارزی.....	۶۸
۶.۲. رفع ابهام از صورت مبهم 1^∞	۷۲
۷.۲. رفع ابهام از صورت‌های مبهم $\frac{\infty}{\infty}$ و $\infty - \infty$	۷۴
۸.۲. رفع ابهام از صورت‌های مبهم 0° و $(+\infty)^\circ$	۷۷
۹.۲. حدود یکطرفه.....	۷۷
۳. پیوستگی و کاربرد های آن.....	۸۰
مسائل تکمیلی حل شده.....	۹۰
۴. تمرینات فصل دوم.....	۹۴

فصل سوم

مشتق.....	۱۰۳
۱. مفهوم مشتق.....	۱۰۳
۲. روشهای مشتق‌گیری.....	۱۰۸
۱.۲. دستورهای اساسی مشتق‌گیری.....	۱۰۸
۲.۲. دستورهای مشتق‌گیری از توابع مرکب.....	۱۱۰
۳.۲. مشتق توابع توانی $(f(x))^{g(x)}$	۱۱۴
۴.۲. مشتق توابع پارامتری.....	۱۱۶

۱۱۷ ۵.۲ مشتق تابع معکوس
۱۲۱ ۶.۲ مشتقات با مرتبه‌های بالاتر از یک (مشتق مرتبه n ام)
۱۲۳ ۷.۲ دیفرانسیل و تقریبهای خطی
۱۲۷ ۸.۲ مشتق توابع ضمنی
۱۳۰ ۹.۲ مشتق توابع چند ضابطه‌ای
۱۳۲ مسایل تکمیلی حل شده
۱۳۴ ۳. تمرینات فصل سوم

فصل چهارم

۱۴۳ کاربردهای مشتق
۱۴۳ ۱. خطوط مماس و قائم بر منحنی و طول های مماس، قائم، تحت مماس و تحت قائم
۱۴۷ ۲. اکسترمم‌های نسبی و مطلق
۱۵۲ ۳. قضایای مقدار میانگین
۱۵۹ ۴. توابع یکنوا
۱۶۴ ۵. تقعر و نقطه‌ی عطف
۱۷۱ ۶. تقارن و مجانبها
۱۷۳ ۷. رسم نمودار توابع
۱۷۶ ۸. تعمیم قضیه‌ی مقدار میانگین و بسط تیلور
۱۷۶ ۱.۸. تعمیم قضیه‌ی مقدار میانگین
۱۷۷ ۲.۸. بسط تیلور
۱۷۸ ۳.۸. تقریب تابع و خطای تقریب
۱۸۱ ۹. قضیه‌ی هوییتال (قانون هوییتال)
۱۸۲ ۱۰. اثبات نامساوی‌ها
۱۸۵ ۱۱. کاربرد هندسی و فیزیکی مشتق
۱۸۵ ۱۲. مسایل تکمیلی حل شده
۱۹۵ ۱۳. تمرینات فصل چهارم

فصل پنجم

۲۰۵	انتگرال و انتگرال گیری
۲۰۵	۱. عمل ضد مشتق گیری و انتگرال نامعین
۲۱۰	۲. روشهای انتگرال گیری
۲۱۰	۱.۲. روش تغییر متغیر یا جانشینی
۲۱۴	۲.۲. روش جزء به جزء
۲۱۹	۳.۲. انتگرال توابعی به صورت $\int \frac{Ax+B}{\sqrt{ax^2+bx+c}} dx, \int \frac{Ax+B}{ax^2+bx+c} dx$
۲۲۰	۴.۲. انتگرال گیری از توابع کسری (روش تجزیه ی کسرها)
۲۲۶	۵.۲. انتگرال گیری از توابع گنگ (اصم)
۲۳۳	۶.۲. انتگرال دو جمله ای دیفرانسیلی
۲۳۶	۷.۲. انتگرال گیری از توابع مثلثاتی
۲۴۶	۸.۲. انتگرال گیری با روش تغییر متغیر مثلثاتی
۲۴۹	۹.۲. انتگرال گیری از توابع هیپربولیک
۲۵۰	۱۰.۲. انتگرال های بازگشتی
۲۵۱	۱۱.۲. انتگرال های لاینحل
۲۵۲	مسائل تکمیلی حل شده
۲۵۶	۳. تمرینات فصل پنجم

فصل ششم

۲۶۷	انتگرال معین و کاربردهای آن
۲۶۷	۱. انتگرال معین
۲۶۷	۱.۱. مفهوم انتگرال معین
۲۷۵	۲.۱. خواص انتگرال معین
۲۸۳	۳.۱. معادله ی انتگرالی
۲۸۴	۲. روش های محاسبه ی انتگرال معین
۲۸۴	۱.۲. استفاده از دستور حد مجموع انتگرال
۲۸۵	۲.۲. استفاده از دستور نیوتن - لاینیز

۲۸۶ ۳.۲ تغییر متغیر در انتگرال معین
۲۹۱ ۴.۲ جزء به جزء در انتگرال معین
۲۹۳ ۵.۲ محاسبه‌ی برخی از انتگرال‌ها با استفاده از بسط تیلور
۲۹۴ ۳. انتگرال‌های ناسره
۲۹۴ ۱.۳ مفهوم انتگرال ناسره
۳۰۲ ۲.۳ آزمون‌های همگرایی برای انتگرال‌های ناسره
۳۰۷ ۴. تابع گاما
۳۱۰ ۵. کاربردهای انتگرال معین
۳۱۰ ۱.۵ محاسبه‌ی مساحت در دستگاه مختصات قائم
۳۱۵ ۲.۵ نمودار یک تابع در مختصات قطبی
۳۲۶ ۳.۵ محاسبه‌ی مساحت در مختصات قطبی
۳۲۹ ۴.۵ طول قوس (کمان) یک منحنی (خم) در دستگاه مختصات قائم
۳۳۱ ۵.۵ طول قوس یک منحنی در دستگاه مختصات قطبی
۳۳۳ ۶.۵ محاسبه‌ی حجم یک جسم دوار
۳۵۱ ۷.۵ محاسبه‌ی حد مجموع به کمک انتگرال معین
۳۵۴ ۸.۵ تابع لگاریتم طبیعی
۳۵۶ ۹.۵ تابع نمایی
۳۵۷ ۶. مسایل تکمیلی حل شده
۳۷۹ ۷. تمرینات فصل ششم

فصل هفتم

۳۹۳ دنباله و سری
۳۹۳ ۱. دنباله‌ها
۳۹۳ ۱.۱ مفهوم دنباله
۳۹۴ ۲.۱ حد و همگرایی یک دنباله
۴۰۰ ۳.۱ بررسی عدم وجود حد دنباله و حد تابع
۴۰۲ ۴.۱ دنباله‌های کراندار و یکنوا

۴۰۷	۲. سری عددی نامتناهی (سری نامتناهی با جملات ثابت)
۴۰۷	۱.۲. مفهوم سری نامتناهی
۴۱۱	۲.۲. آزمون‌های همگرایی و واگرایی سری‌ها
۴۲۰	۳. سری تابعی
۴۲۳	۴. سری توانی
۴۲۵	۱.۴. قضایای مربوط به سری‌های توانی
۴۲۸	۲.۴. مشتق و انتگرال از سری‌های توانی
۴۳۰	۵. سری دو جمله‌ای
۴۳۲	۶. مسایل تکمیلی حل شده
۴۳۷	۷. تمرینات فصل هفتم

فصل هشتم

۴۴۵	اعداد مختلط
۴۴۵	۱. مفهوم اعداد مختلط
۴۴۵	۱.۱. خواص مجموعه‌ی \mathbb{C}
۴۴۷	۲.۱. عدد حقیقی در مجموعه‌ی اعداد مختلط
۴۴۸	۲. نمایش جبری اعداد مختلط
۴۴۹	۳. عملیات اساسی با اعداد مختلط
۴۵۰	۴. نمایش مثلثاتی یا نمایش قطبی اعداد مختلط
۴۵۱	۱.۴. روش تعیین آرگومان یک عدد مختلط
۴۵۲	۵. صورت کلی نمایش یک عدد مختلط
۴۵۵	۶. ریشه‌یابی اعداد مختلط
۴۵۶	۱.۶. ریشه‌های n ام یک عدد مختلط
۴۵۸	۲.۶. ریشه‌های n ام عدد یک
۴۶۰	مسایل تکمیلی حل شده
۴۶۵	۷. تمرینات فصل هشتم

فصل نهم

۴۶۷	راهنمای حل تمرینات با استفاده از نرم افزار Mathematica
۴۶۷	۱. معرفی نرم افزار Mathematica
۴۶۸	۱.۱. ویژگیهای این نرم افزار
۴۶۸	۲. توانایی های نرم افزار Mathematica
۴۶۸	۱.۲. حساب اعداد
۴۶۹	۲.۲. دقت نتایج
۴۶۹	۳.۲. توابع ریاضی
۴۷۱	۴.۲. حل معادلات و دستگاه معادلات جبری
۴۷۱	۵.۲. مجموع (Σ) و حاصلضرب (Π) و بسط دوجمله ای
۴۷۲	۶.۲. رسم نمودار توابع
۴۷۳	۷.۲. محاسبه ی حد
۴۷۳	۸.۲. مشتق
۴۷۴	۹.۲. انتگرال
۴۷۴	۱۰.۲. دنباله و سری
۴۷۵	۱۱.۲. سری تیلور
۴۷۵	۳. راهنمای حل تمرینات با استفاده از نرم افزار Mathematica
۴۸۷	منابع