



دانشگاه علامه طباطبائی

جزوه اینترنتی

معادلات دیفرانسیل معمولی

مجموعه مسایل فصل اول (قسمت دوم)

دکتر عبدالساده نیسی

عضو هیأت علمی گروه ریاضی

دانشگاه علامه طباطبائی

تاریخ 92/2/6

مجموعه مسایل فصل اول

۱- معادلات دیفرانسیل معمولی زیر را حل کنید. **singular solution** = جواب منفرد

10. $y = px - 2p^2$. Ans. primitive, $y = Cx - 2C^2$; singular solution, $x^2 = 8y$.
11. $y^2 p^2 + 3xp - y = 0$. Ans. prim., $y^3 + 3Cx - C^2 = 0$; s.s., $9x^2 + 4y^3 = 0$.
12. $xp^2 - 2yp + 4x = 0$. Ans. prim., $C^2 x^2 - Cy + 1 = 0$; s.s., $y^2 - 4x^2 = 0$.
13. $xp^2 - 2yp + x + 2y = 0$. Ans. prim., $2x^2 + 2C(x - y) + C^2 = 0$; s.s., $x^2 + 2xy - y^2 = 0$.
14. $(3y - 1)^2 p^2 = 4y$. Ans. prim., $(x + C)^2 = y(y - 1)^2$; s.s., $y = 0$; t.l., $y = 1/3$;
n.l., $y = 1$.
15. $y = -xp + x^4 p^2$. Ans. prim., $xy = C + C^2 x$; s.s., $1 + 4x^2 y = 0$; t.l., $x = 0$.
16. $2y = p^2 + 4xp$. Ans. prim., $(4x^3 + 3xy + C)^2 = 2(2x^2 + y)^3$; no s.s.;
c.l., $2x^2 + y = 0$.

$$17. \quad x^2 p^2 + xyp - 6y^2 = 0$$

$$\text{Ans. } (y - Cx^2)(y - Cx^{-3}) = 0$$

$$18. \quad xp^2 + (y - 1 - x^2)p - x(y - 1) = 0$$

$$\text{Ans. } (2y - x^2 + C)(xy - x + C) = 0$$

$$19. \quad xp^2 - 2yp + 4x = 0$$

$$\text{Ans. } Cy = x^2 + C^2$$

$$20. \quad 3x^4 p^2 - xp - y = 0$$

$$\text{Ans. } xy = C(3Cx - 1)$$

$$21. \quad 8yp^2 - 2xp + y = 0$$

$$\text{Ans. } y^2 - Cx + 2C^2 = 0$$

$$22. \quad y^2 p^2 + 3px - y = 0$$

$$\text{Ans. } y^3 - 3Cx - C^2 = 0$$

2- مسیرهای متعامد خانواده های زیر را بیابید

$$a) \quad x + 2y = C \quad \text{Ans. } y - 2x = K$$

$$f) \quad y = x - 1 + Ce^{-x} \quad \text{Ans. } x = y - 1 + Ke^{-y}$$

$$b) \quad xy = C \quad x^2 - y^2 = K$$

$$g) \quad y^2 = 2x^2(1 - Cx) \quad x^2 + 3y^2 \ln(Ky) = 0$$

$$c) \quad x^2 + 2y^2 = C \quad y = Kx^2$$

$$h) \quad \rho = a \cos \theta \quad \rho = b \sin \theta$$

$$d) \quad y = Ce^{-2x} \quad y^2 = x + K$$

$$i) \quad \rho = a(1 + \sin \theta) \quad \rho = b(1 - \sin \theta)$$

$$e) \quad y^2 = x^3 / (C - x) \quad (x^2 + y^2)^2 = K(2x^2 + y^2)$$

$$j) \quad \rho = a(\sec \theta + \tan \theta) \quad \rho = be^{-\sin \theta}$$