



دانشگاه علامه طباطبائی  
جزوه اینترنتی

# معادلات دیفرانسیل معمولی

مجموعه مسایل فصل دوم

روش های حل معادلات با استفاده از تبدیلات لاپلاس

تالیف

دکتر عبدالساده نیسی

عضو هیأت علمی گروه ریاضی

دانشگاه علامه طباطبائی

تاریخ 92/2/27

مجموعه مسایل فصل سوم

1- اگر  $F(t) = L^{-1} \left[ \frac{(s+1)e^{-2s}}{s(s+2)(s+3)} \right]$  مطلوبیست محاسبه  $F_{(1)}, F_{(3)}$ . (دانشگاه علم و صنعت 88)

2- تبدیل لاپلاس تابع  $F(x) = \frac{e^{2x} - e^{-x}}{x}$  را بیابید. (دانشگاه علم و صنعت 88)

3- مقدار انتگرال رو به رو را بیابید. (دانشگاه علم و صنعت 88)

$$\int_0^{\infty} e^{-3x} \frac{e^{2x} - e^{-x}}{x} dx$$

4- مطلوبیست محاسبه  $L^{-1}[F_{(s)}]$  که در آن: (دانشگاه علم و صنعت 88)

$$F_{(s)} = \frac{s}{(s^2 + a^2)^2} - \ln \frac{s(s+1)}{(s+2)(s+3)}$$

5- تبدیل لاپلاس مقابل را بیابید. (دانشگاه علم و صنعت / 87)

$$f_{(t)} = te^{3t} \int_0^{\infty} \frac{e^{-4x} \sin 3x}{x} dx$$

6- تبدیل لاپلاس تابع  $F_{(x)} = \frac{e^{-2x} - \cos x}{x}$  را بیابید. (دانشگاه علم و صنعت / 86)

7- حاصل انتگرال رو به رو را بیابید. (دانشگاه علم و صنعت / 87)

$$\int_0^{\infty} e^{-5t} y_{(y)} dt$$

8- تبدیل لاپلاس  $f_{(t)} = [t]$  را به دست آورید. (دانشگاه امیر کبیر / 85)

9- تبدیل لاپلاس تابع  $f_{(t)} = te^{3t} \int_0^t \frac{\sinh u - \sin u}{u} du$  را بیابید. (دانشگاه علم و صنعت / 81)

10- لاپلاس معکوس  $\ln \frac{s^3 + s}{(s+2)^2}$  را محاسبه کنید. (دانشگاه شریف / 83)

11-  $f(t)$  را بیابید در صورتی که  $F(s) = \tan^{-1} \frac{1}{s}$  (دانشگاه تهران / 82)

12- معادله انتگرالی مقابل را حل کنید. (علم و صنعت / 88)

$$y_{(x)} = \sin x + \int_0^x \cos(x-t) y_{(t)} dt$$

13- از دستگاه معادلات زیر فقط  $x$  را بیابید. (علم و صنعت / 88)

$$\begin{cases} x'' - 3x' - y' + 2y = 14t + 3 \\ x'(0) = 1, x(0) = y(0) = 0 \\ x' - 3x + y' = 1 \end{cases}$$

14- یک پایه برای جواب های دستگاه معادله مقابل به دست آورید. (شریف / 88)

$$x' = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

15- معادله انتگرالی مقابل را حل کنید. (علم و صنعت/88)

$$y'' + 2y' = \cos t + 2 \int_0^t \sin(t-x)y'(x)dx$$

$$y(0) = y'(0) = 0$$

16- پاسخ مساله مقدار اوليه زير رابه دست اوريد. (تهران/88)

$$y''(t) + 4y(t) = \delta\left(t - \frac{\pi}{2}\right) \cos(t), y(0) = 0, y'(0) = 0$$

17- معادله انتگرالی رو به رو را حل کنید. (علم صنعت/87)

$$y'(t) = t + \int_0^t y(t-x) \cos x dx, y(0) = 4$$

18- معادله مقابل را حل کنید. (علم و صنعت/87)

$$e^t F(t) = te^t + \int_0^t e^x F(x) dx$$

19- جواب معادله انتگرالی رو به رو را بیابید. (تهران 85)

$$F(t) = 2 + \int_0^t e^{t-m} F(u) du$$

20- با استفاده از تبدیل لاپلاس، دستگاه را با شرایط

$$\begin{cases} x' = x + 2y \\ y' = -2x + y + t^2 \delta(t-2) \end{cases}$$

$x(0) = 0, y(0) = 1$  حل کنید. (شريف/86)

21- معادله انتگرالی  $y + 2 \int_0^t \sin(2y-2t)y'(u)du = te^{2t}$  را حل کنید. (شريف/86)

22- معادله مقابل را حل کنید. (علم و صنعت/86)

$$G(x) = e^{-x} - 2 \int_0^x G(t) \cos(x-t) dt$$

23- انتگرال  $\int_0^\infty e^{-3x} \frac{e^{-2x} - \cos x}{x} dx$  را محاسبه کنید. (علم و صنعت/86)

24- معادله انتگرالی مقابل را حل کنید. (علم و صنعت/84)

$$x'(t) + 3x(t) + 2 \int_0^t x(u) du = 3, x(0) = 1$$